

数学命题及相关的问题

潘洪亮 (mathlab@suda.edu.cn)

2016年1月29日

数学命题的基本原则

- 教师的常规做法

- ① 选、编试题——知识点的覆盖面（全面性）

数学命题的基本原则

- 教师的常规做法

- ① 选、编试题——知识点的覆盖面（全面性）
- ② 试题的测量要求——教学要求、测量目的、难度（整体性）

数学命题的基本原则

● 教师的常规做法

- ① 选、编试题——知识点的覆盖面（全面性）
- ② 试题的测量要求——教学要求、测量目的、难度（整体性）
- ③ 试卷组成——试题之间（独立性）、分数分配（合理性）

数学命题的基本原则

● 教师的常规做法

- ① 选、编试题——知识点的覆盖面（全面性）
- ② 试题的测量要求——教学要求、测量目的、难度（整体性）
- ③ 试卷组成——试题之间（独立性）、分数分配（合理性）
- ④ 语言与解法——语言叙述、解题方法（明确性、科学性）

理论性的操作方法

- 双向细目表
 - ① 知识内容

理论性的操作方法

- 双向细目表

- ① 知识内容

- 分科（高中：代数、几何、概率统计；初中：数与代数、空间与图形、统计和概率、实践与综合应用）、章节（必修、选修）、单元（知识点）

- ② 学习要求

理论性的操作方法

- 双向细目表

- ① 知识内容

- 分科（高中：代数、几何、概率统计；初中：数与代数、空间与图形、统计和概率、实践与综合应用）、章节（必修、选修）、单元（知识点）

- ② 学习要求

- 了解、理解、掌握、灵活运用

- 知道事实、应用规则、数学推理、非常规问题解决

- 双列细目表

理论性的操作方法

- 双向细目表

- ① 知识内容

- 分科（高中：代数、几何、概率统计；初中：数与代数、空间与图形、统计和概率、实践与综合应用）、章节（必修、选修）、单元（知识点）

- ② 学习要求

- 了解、理解、掌握、灵活运用

- 知道事实、应用规则、数学推理、非常规问题解决

- 双列细目表

- ① 测验项目的类型

理论性的操作方法

- 双向细目表

- ① 知识内容

- 分科（高中：代数、几何、概率统计；初中：数与代数、空间与图形、统计和概率、实践与综合应用）、章节（必修、选修）、单元（知识点）

- ② 学习要求

- 了解、理解、掌握、灵活运用

- 知道事实、应用规则、数学推理、非常规问题解决

- 双列细目表

- ① 测验项目的类型

- 选择题、填空题、解答题

- ② 内容的类型

理论性的操作方法

● 双向细目表

① 知识内容

分科（高中：代数、几何、概率统计；初中：数与代数、空间与图形、统计和概率、实践与综合应用）、章节（必修、选修）、单元（知识点）

② 学习要求

了解、理解、掌握、灵活运用

知道事实、应用规则、数学推理、非常规问题解决

● 双列细目表

① 测验项目的类型

选择题、填空题、解答题

② 内容的类型

基本概念与定理、计算与推理等

③ 取样的内容范围

理论性的操作方法

• 双向细目表

① 知识内容

分科（高中：代数、几何、概率统计；初中：数与代数、空间与图形、统计和概率、实践与综合应用）、章节（必修、选修）、单元（知识点）

② 学习要求

了解、理解、掌握、灵活运用

知道事实、应用规则、数学推理、非常规问题解决

• 双列细目表

① 测验项目的类型

选择题、填空题、解答题

② 内容的类型

基本概念与定理、计算与推理等

③ 取样的内容范围

④ 难度分布

试题编制

- 客观性试题的编制(填空题、选择题)

试题编制

- 客观性试题的编制(填空题、选择题)
- 主观性试题的编制（解答题）

分数有意义吗？

- 测量三要素(参照点、单位、量表)

分数有意义吗？

- 测量三要素(参照点、单位、量表)
- 统计的意义

统计能有助于从一大堆资料中得到有用的数据，这些数据能最精确地表达需要被描述的态度、成就和事件的性质。其目的在于精简观点、特性，并从一目了然的概括数字中对它们比较，然后讨论、记录这些数据，并以此作为作出决策、形成观点，发展理论的基础。

分数有意义吗？

- 测量三要素(参照点、单位、量表)
- 统计的意义

统计能有助于从一大堆资料中得到有用的数据，这些数据能最精确地表达需要被描述的态度、成就和事件的性质。其目的在于精简观点、特性，并从一目了然的概括数字中对它们比较，然后讨论、记录这些数据，并以此作为作出决策、形成观点，发展理论的基础。

- ① 统计概括资料；

分数有意义吗？

- 测量三要素(参照点、单位、量表)

- 统计的意义

统计能有助于从一大堆资料中得到有用的数据，这些数据能最精确地表达需要被描述的态度、成就和事件的性质。其目的在于精简观点、特性，并从一目了然的概括数字中对它们比较，然后讨论、记录这些数据，并以此作为作出决策、形成观点，发展理论的基础。

- ① 统计概括资料；
- ② 统计告诉人们如何认真看待方案或处理结果之间出现的各种外观差异；

分数有意义吗？

- 测量三要素(参照点、单位、量表)

- 统计的意义

统计能有助于从一大堆资料中得到有用的数据，这些数据能最精确地表达需要被描述的态度、成就和事件的性质。其目的在于精简观点、特性，并从一目了然的概括数字中对它们比较，然后讨论、记录这些数据，并以此作为作出决策、形成观点，发展理论的基础。

- ① 统计概括资料；
- ② 统计告诉人们如何认真看待方案或处理结果之间出现的各种外观差异；
- ③ 统计帮助人们确定数据之间的关系程度。

分数有意义吗？

- 测量三要素(参照点、单位、量表)

- 统计的意义

统计能有助于从一大堆资料中得到有用的数据，这些数据能最精确地表达需要被描述的态度、成就和事件的性质。其目的在于精简观点、特性，并从一目了然的概括数字中对它们比较，然后讨论、记录这些数据，并以此作为作出决策、形成观点，发展理论的基础。

- ① 统计概括资料；
- ② 统计告诉人们如何认真看待方案或处理结果之间出现的各种外观差异；
- ③ 统计帮助人们确定数据之间的关系程度。

高考评价报告中的几个指标

● 信度

① 折半信度($r_{tt} = \frac{2r_{hh}}{1+r_{hh}}, r_{tt} = 2(1 - \frac{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}{\sigma_t^2})$)

高考评价报告中的几个指标

● 信度

① 折半信度 ($r_{tt} = \frac{2r_{hh}}{1+r_{hh}}, r_{tt} = 2(1 - \frac{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}{\sigma_t^2})$)

② α 信度 ($\alpha = (\frac{K}{K-1})(1 - \frac{\sum_{i=1}^K \sigma_i^2}{\sigma_t^2})$)

高考评价报告中的几个指标

● 信度

① 折半信度($r_{tt} = \frac{2r_{hh}}{1+r_{hh}}, r_{tt} = 2(1 - \frac{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}{\sigma_t^2})$)

② α 信度($\alpha = (\frac{K}{K-1})(1 - \frac{\sum_{i=1}^K \sigma_i^2}{\sigma_t^2})$)

● 难度

① 统计难度

高考评价报告中的几个指标

● 信度

① 折半信度($r_{tt} = \frac{2r_{hh}}{1+r_{hh}}, r_{tt} = 2(1 - \frac{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}{\sigma_t^2})$)

② α 信度($\alpha = (\frac{K}{K-1})(1 - \frac{\sum_{i=1}^K \sigma_i^2}{\sigma_t^2})$)

● 难度

① 统计难度

② 内容难度(超纲度、歧义度、可猜度、熟悉度、简繁度、提示度、知识点数、关卡数、关卡难度、解答时间与分数比)

高考评价报告中的几个指标

● 信度

① 折半信度($r_{tt} = \frac{2r_{hh}}{1+r_{hh}}, r_{tt} = 2(1 - \frac{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}{\sigma_t^2})$)

② α 信度($\alpha = (\frac{K}{K-1})(1 - \frac{\sum_{i=1}^K \sigma_i^2}{\sigma_t^2})$)

● 难度

① 统计难度

② 内容难度(超纲度、歧义度、可猜度、熟悉度、简繁度、提示度、知识点数、关卡数、关卡难度、解答时间与分数比)

③ 试卷难度(字符数量/时间、解答时间与考试时间、题目难度、评卷误差)

高考评价报告中的几个指标

● 信度

① 折半信度($r_{tt} = \frac{2r_{hh}}{1+r_{hh}}, r_{tt} = 2(1 - \frac{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}{\sigma_t^2})$)

② α 信度($\alpha = (\frac{K}{K-1})(1 - \frac{\sum_{i=1}^K \sigma_i^2}{\sigma_t^2})$)

● 难度

① 统计难度

② 内容难度(超纲度、歧义度、可猜度、熟悉度、简繁度、提示度、知识点数、关卡数、关卡难度、解答时间与分数比)

③ 试卷难度(字符数量/时间、解答时间与考试时间、题目难度、评卷误差)

● 区分度

高考评价报告中的几个指标

● 信度

① 折半信度($r_{tt} = \frac{2r_{hh}}{1+r_{hh}}, r_{tt} = 2(1 - \frac{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}{\sigma_t^2})$)

② α 信度($\alpha = (\frac{K}{K-1})(1 - \frac{\sum_{i=1}^K \sigma_i^2}{\sigma_t^2})$)

● 难度

① 统计难度

② 内容难度(超纲度、歧义度、可猜度、熟悉度、简繁度、提示度、知识点数、关卡数、关卡难度、解答时间与分数比)

③ 试卷难度(字符数量/时间、解答时间与考试时间、题目难度、评卷误差)

● 区分度

① 0-1: $D = p_H - p_L, r_{pb}, r_b$

高考评价报告中的几个指标

● 信度

① 折半信度 ($r_{tt} = \frac{2r_{hh}}{1+r_{hh}}, r_{tt} = 2(1 - \frac{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}{\sigma_t^2})$)

② α 信度 ($\alpha = (\frac{K}{K-1})(1 - \frac{\sum_{i=1}^K \sigma_i^2}{\sigma_t^2})$)

● 难度

① 统计难度

② 内容难度(超纲度、歧义度、可猜度、熟悉度、简繁度、提示度、知识点数、关卡数、关卡难度、解答时间与分数比)

③ 试卷难度(字符数量/时间、解答时间与考试时间、题目难度、评卷误差)

● 区分度

① 0-1: $D = p_H - p_L, r_{pb}, r_b$

② 非0-1: r_{iX} (积差相关)

成绩测验的目的

- 区分学习目标

成绩测验的目的

- 区分学习目标
- 报告学习成就

成绩测验的目的

- 区分学习目标
- 报告学习成就
- 改进学习

成绩测验的目的

- 区分学习目标
- 报告学习成就
- 改进学习
- 检查教学效果

公平测验的特征

- 适度性

公平测验的特征

- 适度性
- 平衡性

公平测验的特征

- 适度性
- 平衡性
- 有效性

公平测验的特征

- 适度性
- 平衡性
- 有效性
- 客观性

公平测验的特征

- 适度性
- 平衡性
- 有效性
- 客观性
- 针对性

国际上数学评价改革的新突破对命题的启示

- 评价更关注学生的数学力、数学气质，而非具体的数学活动行为

国际上数学评价改革的新突破对命题的启示

- 评价更关注学生的数学力、数学气质，而非具体的数学活动行为
- 评价中更少地使用选择题、是非题与填空题等“标准化试题”，代之以更多地要求学生表述自我思维过程与认知特征的问题，尤其突出地使用了“非常规”型试题

国际上数学评价改革的新突破对命题的启示

- 评价更关注学生的数学力、数学气质，而非具体的数学活动行为
- 评价中更少地使用选择题、是非题与填空题等“标准化试题”，代之以更多地要求学生表述自我思维过程与认知特征的问题，尤其突出地使用了“非常规”型试题
- 评价中所使用的不仅仅是纯数学问题，“人造”的应用题，还包括许多具体实际背景的现实问题（背景材料都取自于报刊、书籍等真实材料），提倡让学生经历问题解决的过程

国际上数学评价改革的新突破对命题的启示

- 评价更关注学生的数学力、数学气质，而非具体的数学活动行为
- 评价中更少地使用选择题、是非题与填空题等“标准化试题”，代之以更多地要求学生表述自我思维过程与认知特征的问题，尤其突出地使用了“非常规”型试题
- 评价中所使用的不仅仅是纯数学问题，“人造”的应用题，还包括许多具体实际背景的现实问题（背景材料都取自于报刊、书籍等真实材料），提倡让学生经历问题解决的过程
- 评价的内容更多地指向“核心数学”——有价值的数学任务和数学活动，如概念理解、数学推理等；纯粹的数学运算被置于问题解决过程之中；数学任务的完成更多地需要有意义的“做”

数学问题及解题参考书目

- [1] 中学数学问题集 [专著]/张典宙戴再平编著. 上海: 华东师范大学出版社
- [2] 高中数学应用题200例 [专著]/沈翔著. 上海: 华东师范大学出版社
- [3] 开放题——数学教学的新模式 [专著]/戴再平等著. 上海: 上海教育出版社
- [4] 数学新题型研究 [专著]/沈翔著. 上海: 华东师范大学出版社
- [5] 圆锥曲线的几何性质 [专著]/(英) A.科克肖特 (A.Cockshott), (英) F.B.沃尔特斯 (F.B.Walters) 著; 蒋声译. 上海: 上海教育出版社
- [6] 奇妙而有趣的几何 [专著]/(英) 戴维·韦尔斯 (David Wells) 著; 余应龙译. 上海: 上海教育出版社
- [7] 解决问题的策略 [专著]/(德) 亚瑟·恩格尔 (Arthur Engel) 著; 舒五昌, 冯志刚译. 上海: 上海教育出版社
- [8] 数学与联想 [专著]/(英) 戴维·韦尔斯 (David Wells) 著; 李志尧译. 上海: 上海教育出版社

- [9] 怎样解题 [专著]/ (美) G.波利亚 (G.Polya) 著; 涂泓, 冯承天译.
上海: 上海科技教育出版社
- [10] 数学与猜想. 第一卷, 数学中的归纳和类比 [专著]/ (美) G.波利亚
著; 李心灿等译. 北京: 科学出版社
- [11] 数学与猜想. 第二卷, 合情推理模式 [专著]/ (美) G.波利亚
(G.Polya) 著; 李志尧等译. 北京: 科学出版社,
- [12] 数学的发现: 对解题的理解•研究和讲授. 第一卷 [专著]/ (美)
G.波利亚著; 欧阳绛译. 北京: 科学出版社
- [13] 数学的发现: 对解题的理解•研究和讲授. 第二卷 [专著]/ (美)
G.波利亚著; 欧阳绛译. 北京: 科学出版社
- [14] 怎样解题-数学奥林匹克攻关宝典
- [15] 奥赛经典-解题金钥匙系列-初中数学
- [16] 奥林匹克数竞赛解迷-高中数学

欢迎批评指正!

