

从PISA看我国数学课标中的核心素养

（根据网络及相关文件整理）

2020年1月2日

人们常常在谈论是应试教育还是素质教育，评论某个人也会涉及是否有教养。

1989年美国全国数学教师协会（National Council of Teacher of Mathematics, NCTM）公布了美国有史以来第一个国家性《学校数学课程与评价标准》（NCTM, 1989）。

《标准（1989）》首先分析了现代信息社会对教育的各种需求，阐明教育改革的必要性。随后，标准认为，数学教育的目标应当是培养有数学素养的社会成员，并对“有数学素养”提出五项条件：

- ① 懂得数学的价值；
- ② 对自己的数学能力有信心；
- ③ 有解决数学问题的能力；
- ④ 学会数学交流；
- ⑤ 学会数学推理。

我国新一轮课改高中课程标准最根本的变化是提出总体与各学科“核心素养”。于是基于核心素养的文章或评论成泛滥之势。核心素养从哪里来，到底指些什么？重要吗？提到“素养”不得不要介绍一下国际学生评估项目。

PISA中的素养评估

PISA（Program for International Student Assessment）(国际学生评估项目的缩写)是一项由经济合作与发展组织（Organization for Economic Co-operation and Development, OECD）统筹的学生能力国际评估计划。主要对接近完成基础教育的15岁学生进行评估，测试学生能否掌握参与社会所需要的知识与技能，而不是所掌握的特殊的学校课程。除此之外，也对有关学生及学校特点的背景性指标及各项指标发展趋势、政策分析和研究的知识基础进行问卷调查。

PISA类测试方法

采用总计2小时的纸笔测试，测试题主要是多项选择题及自由问答题，大都涉及实际生活情境，题库总计需7个小时的时间，不同学生完成不同试题组合。此外，要完成20~30分钟的问卷调查，校长的问卷需30分钟。



评估的3个领域

第一次PISA评估于2000年首次举办，有32个国家参加，其中有28个OECD国家，每个国家中抽取4500到10000名初三与高一为主的15岁学生。此后每3年举行一次。评估主要分为3个领域：阅读素养、数学素养及科学素养，由这3项组成一评估循环核心，在每一个评核周期里，有2/3的时间会对其中一项领域进行深入评估，其他两项则进行综合评测。2012年首次尝试引入了基于计算机的问题解决测试。

数学素养的界定

上海学生参加由经济合作与发展组织（OECD）进行的2009年第四次国际学生评估项目（PISA）测试中取得阅读、数学、科学素养第一的佳绩，引发外界持续关注。

● 数学素养的界定

确定、理解和运用数学的能力，以及对数学在每个人现在和未来的个人生活、职业生活和社会生活中的作用和需求的良好判断能力

PISA认为，数学素养依赖于数学知识和技能的综合体的熟悉程度。其中包括数字事实和运算，货币换算，关于空间和图形的基本思想，以及测量、不确定性、增长率和变化率的概念。除此之外，还包括现代社会所必需的进行数学式的思维和工作能力。其中包括建模和问题解决。这些能力包括：知道数学概念的适用范围和局限性，理解和评价数学论证，提出数学问题，选择表示数学情境的方式，用自己的语言表达数学能力。

测试框架

三个维度：过程、内容、背景

- 过程：核心是学生通过提出、形成和解决问题而进行分析、推理和交流的能力。过程可分为三个层次：复制、定义和运算；问题解决过程中的联结与整合：数字化、数学思想和一般化。
- 内容：强调广泛的数学课题，包括变化与增长率、空间和图形、机会、定量推理、不确定性和独立关系等。
- 背景：数学素养的一个重要特征就是各种情境中运用和应用数学，其中包括个人生活、学校生活、工作和体育运动、地方社团等。

水平划分

确定任务难度水平的标准：

- ① 任务所涉及的过程及运算次数及复杂性，其中包括单步骤问题和多步骤问题。
- ② 联系和综合不同的材料。最简单的任务是运用单一的表示法或技术于单一的信息，较复杂的问题需要学生在一系列的步骤中运用不同的表征、不同的数学工具或知识联系或综合不同的信息。
- ③ 根据不同的情境和方法去解释和表征材料，从认识和运用熟悉的公式，到不熟悉的情境中转换或构造适当的模型，到运用洞察力、推理、论证和一般化。

水平划分

数学测试中，具体分为三个水平：

- ① 难题：难度系数750点左右。要求学生创造性地、积极地处理数学问题；能够用数学术语去解释和形成问题，处理复杂的信息，简化解题的步骤。这个水平上的学生能够在不熟悉的情境中确定和应用相关的工具和知识，运用洞察力去发现合适的解题方法，以及显示其他的高层次认知如一般化、推理、论证去解释和交流结果。
- ② 中等题：难度系数570点左右。学生能够解释、联系和综合问题的不同表征或不同信息；运用或操作与代数和符号、模型和命题，能够选择与运用相关的数学知识去解决涉及少量步骤的问题。
- ③ 容易题：难度系数380点左右。学生能够完成单一步骤的、复制基本数学事实或过程的、或运用简单数学技能的问题；能够认识包含在图表和文字材料中的熟悉的、直接的信息，解释或推理通常只涉及问题的一个单一的、熟悉的因素；解题过程只涉及单一的步骤，并且运用常规的程序。

测试结果

（1）2009年

3年一次的经济合作与发展组织（OECD）国际学生评估项目（PISA）调查结果。首次参加PISA的上海15岁在校生，在阅读素养、数学素养和科学素养全部三项评价中，均排首位。

这一结果立即引起国内外教育界及媒体的广泛关注。欧美多家媒体惊呼“意外”，并追踪分析上海及亚洲教育的成功经验。对比本国学生在测评中的表现，美国联邦教育部部长阿尔尼●邓肯表示，这是一个“警醒”。而在国内，却引来诸多争议。有评论说，这“不能遮蔽中国教育的落后”。

2009年4月，根据OECD的技术标准要求，上海152所学校的5115名学生，代表全市各类中学约10万名15岁在校生参加测试，参与率和覆盖率分别达到97.8%和98.6%。

测试结果

测试结果显示，在全球约47万名接受测试的15岁学生中，上海学生的阅读素养得分为556分，高出第二位的韩国学生17分；数学素养和科学素养得分为600分和575分，分别高出第二位38分和21分。

上海学生的阅读素养表现良好。精熟度最高的“6级”中，上海占2.4%，仅低于新加坡的2.6%，“5级”占17%，具有明显优势。学生在访问和检索、整合和解释、反思和评价三个认知方面的表现较好，反映了上海课程内容比较均衡。此外，上海有92%的学生每天进行趣味性阅读，对阅读的喜爱程度指数为0.57，显著高于OECD平均值。

在这份成绩单上，阅读素养前五位的国家和地区依次为中国上海、韩国、芬兰、中国香港、新加坡；数学素养前五位为中国上海、新加坡、中国香港、韩国、中华台北；科学素养前五位为中国上海、芬兰、中国香港、新加坡和日本。除了芬兰之外，亚洲国家和地区可谓独占鳌头。

测试结果

(2) 2012年

2013年12月，经合组织公布了全球65个国家和地区的2012年PISA测试结果，上海学生在三个科目中均排名第一。但在计算机的问题解决能力方面稍显不足，屈居第六。

数学成绩	阅读成绩	科学成绩	基于计算机的问题解决
中国上海613	中国上海570	中国上海580	新加坡562
新加坡573	中国香港545	中国香港555	韩国561
中国香港561	新加坡542	新加坡551	日本552
中国台北560	日本538	日本547	中国澳门中国香港均540
韩国554	韩国536	芬兰545	中国上海536

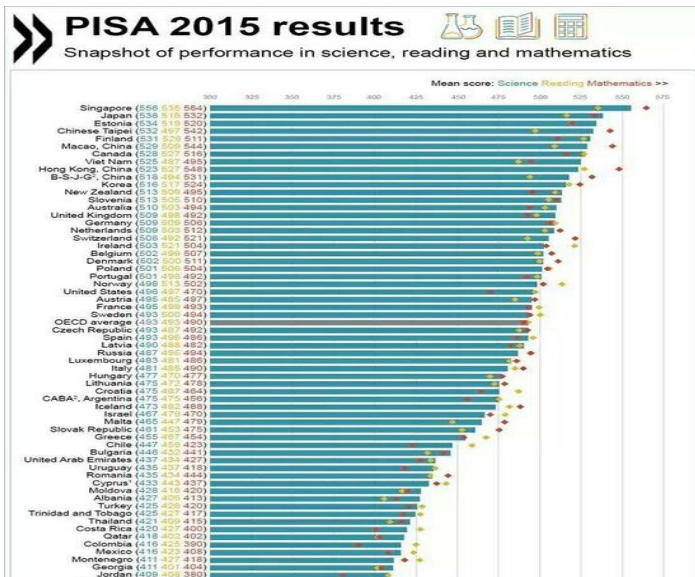
测试结果

（3）2015年

欧洲中部时间2015年12月6日10点45分，经合组织（OECD）公布了2015年PISA测试的结果——在最新出炉的PISA报告中，新加坡学生力压群雄，以数学564、阅读535、科学556的成绩获得第一；发挥较好的OECD国家还包括日本、爱沙尼亚、芬兰和加拿大；而北京、上海、江苏、广东组成的中国部分地区联合体（B-S-J-G, China）在此次测试中科学测试位居总分第十，阅读测试位居第二十七，数学测试位居第六。

在这种72个国家和地区的54万名15岁学生参与的“国际学生评估项目”中挤进前十名，看到这个结果，想必认为还不错。

2015 PISA测试结果



测试结果

事实上，PISA 2015测试中，按照教育部部署，我国选取北京、上海、江苏、广东4个省（市）组成联合体（B-S-J-G, China）参加，9178所中学约145万名学生中抽取1万名学生在计算机上考试和调查问卷。结果却令人失望——在科学项目排名第10，甚至落在越南后面；阅读更差，落在20名之后；只有数学马马虎虎，排名第六，仅次于新加坡台湾澳门香港和日本。

PISA 2015年三项测试排名前十的国家

三项测试的十大排名

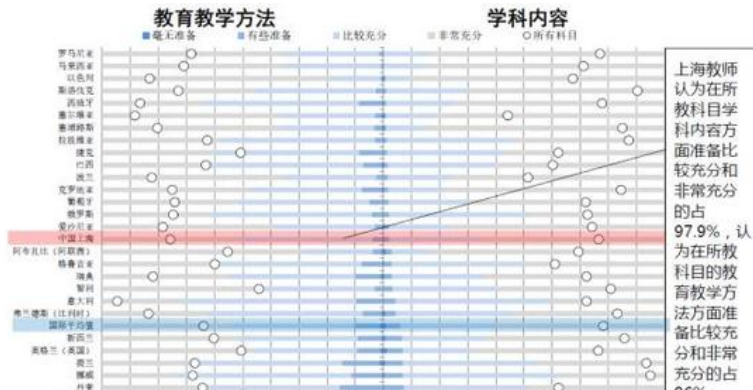
科学			阅读			数学		
排名	国家/城市	平均分	排名	国家/城市	平均分	排名	国家/城市	平均分
1	新加坡	556	1	新加坡	535	1	新加坡	564
2	日本	538	2	香港	527	2	香港	548
3	爱沙尼亚	534	3	加拿大	527	3	澳门	544
4	台北	532	4	芬兰	526	4	台北	542
5	芬兰	531	5	爱尔兰	521	5	日本	532
6	澳门	529	6	爱沙尼亚	519	6	中国	531
7	加拿大	528	7	韩国	517	7	韩国	524
8	越南	525	8	日本	516	8	瑞士	521
9	香港	523	9	挪威	513	9	爱沙尼亚	520
10	中国	518	10	新西兰	509	10	加拿大	516

*注：中国的平均分由来自北京、上海、江苏和广州的分数计算而成

资料来源：教育部 / OECD

2015 TALIS调查

曾经为了探究为何上海市教育体系是世界上最为强大的教育体系之一，世界银行特地撰写了长达181页的《上海是如何做的》（"How shanghai does it"）报告。如今，派出了中国经济最发达、同时也是教育发展领先全国的地区组成集合体，原本“摩拳擦掌”渴望再铸“辉煌”，结果却不尽如人意。



PISA 2015主要聚焦于科学

其实每届PISA测试的重点都不一样，此次PISA 2015主要聚焦于科学，OECD主要关注被试学生的能力是：

在海量的信息流和飞速发展的当下，能够“像科学家那样思考”：能够判断证据，并且根据这些实际的证据得出结论；理解当今随着越来越多的发现，科学的“真理”也可能会随时间而改变。

而测试结果发现，自从2006年以来，OECD国家和经济体在中小学教育上的支出提升了20%，但是72个国家和经济体中只有12个在过去的这段时间内提升了学生的科学能力，很明显“中国部分地区联合体”并不在其中。

除此之外，OECD发布的跨国教育研究项目“TALIS”（国际教师教学调查）表示，前两届PISA测试，上海学生阅读、数学、科学能力之所以连续两次蝉联榜首，源于上海教育系统和师资队伍的有力支撑。

PISA 2015启示

(1) “学好数理化，走遍天下都不怕”？

	Mean science score	Beliefs about the nature and origin of scientific knowledge		Share of students with science-related career expectations		
		Index of epistemic beliefs (support for scientific methods of enquiry)	Score-point difference per unit on the index of epistemic beliefs	All students	Boys	Girls
	Mean	Mean index	Score dif.	%	%	%
OECD average	493	0.00	33	24.5	25.0	23.9
Singapore	556	0.22	34	28.0	31.8	23.9
Japan	538	-0.06	34	18.0	18.5	17.5
Estonia	534	0.01	36	24.7	28.9	20.3
Chinese Taipei	532	0.31	38	20.9	25.6	16.0
Finland	531	-0.07	38	17.0	15.4	18.7
Macao (China)	529	-0.06	26	20.8	22.0	19.6
Canada	528	0.30	29	33.9	31.2	36.5
Viet Nam	525	-0.15	31	19.6	21.2	18.1
Hong Kong (China)	523	0.04	23	23.6	22.8	24.2
B-S-J-G (China)	518	-0.08	37	16.8	17.1	16.5

Figure: Share of students with science-related career expectations

PISA 2015启示

将来期望进入科学相关行业从业的学生比例只有16.8%，中国是前面这些国家中最低的。OECD国家的均值是24.5%。

英国29.1%（男孩28.7，女孩29.6）

美国38%（男孩33.0，女孩43.0）

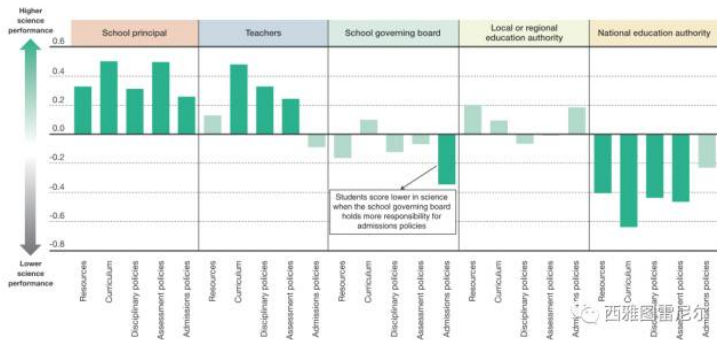
加拿大33.9 %（男孩31.2，女孩36.5）

这个比例差距太大，有关教育部门该引起重视了。

学好数理化，在中国很难致富。与金融，互联网相比起来致富的可能性比较要小些（可计算机也算科学啊！）

PISA 2015启示

(2) 怎样才能提高一个学校的科学教学水平？（目前的报告只有科学的详细分析）



两个因素最重要：校长、老师

这个结论比较符合常识与我们的生活经验。对美国的教改意义会非常大。直接攻击了教师工会声称的家庭条件决定论。

PISA 2015启示

(3) 中国不仅仅是上海，更不仅仅是北上广苏

简单对比了一下2012和2015年PISA的成绩，新加坡的成绩非常稳定。波幅很小。而且新加坡国家很小，基本上全员15岁的学生参加了测试。2009和2012仅仅上海参加了考试。上海的教育投入和实力无论从哪个角度来讲都是非常强大的，而且上海的教育其实也相对比较均衡（对于上海户籍的来说）。这几年上海在奥赛上也有了非常大的进步。其实上海比较全面发展，体育上也非常牛。单独把上海拿出来看，基本上可以说是基础教育这块全球顶尖。

尽管如此，上海内部的教育资源分配也存在不均衡，这个PISA测试也有体现。下图是PISA测试报告中，校与校之间分数的差距，校内分数的差异。可以看到，中国是所有参加考试国家中，校与校之间差距第二大的国家，远远高于OECD平均水平。校内学生之间分数差距稍微好于OECD平均水平。看来大家拼命抢学区房都是合理的。市场最敏感，最准确。

PISA 2015启示

Figure I.6.11 ■ Variation in science performance between and within schools



这也符合大家的所见所闻和感受。

我国存在的问题

- ① 解决情境问题能力不足。情境问题主要量指需要学生用学过的知识来解决实际应用中的问题。PISA 2015年的科学类测试题以类迁移、可持续渔业、自然现象、生产应用题构成。
- ② 不注重问题解决能力培养。静态问题优于动态问题的成绩，前者主要基于知识掌握，后者往往是开放性问题。
- ③ 科学思维不够。让学生像科学家一样思考是PISA 2015测试首次倡导的理念，但我国将来期望进入相关行业的学生比例不足16.8%，是排名前十的国家中最低的。
- ④ 反思与批判能力欠缺。

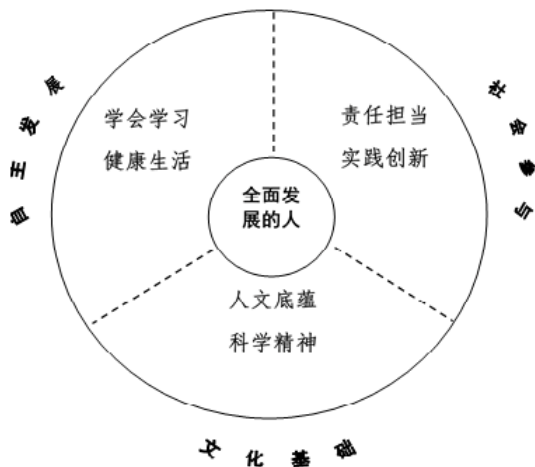
“中国学生发展核心素养”的总体框架

2013年5月，由北师大林崇德教授承担教育部哲学社会科学研究重大专项，领衔5所高校90多名研究人员，研究中国学生发展的核心素养。2016年9月13日上午，中国学生发展核心素养研究成果发布会在北京师范大学举行，正式发布了“中国学生发展核心素养”的总体框架。

《中国教育学刊》于2016年第六期上就刊发了一组“学生发展核心素养”专题文章，主要从核心素养的内涵解析、国际研究经验的总结梳理、国内现实需求的实证调研、中华优秀传统文化的传承与启示、核心素养的实践落实等方面展开。

- 基本原则：科学性、时代性、民族性。
- 一个核心：培养全面发展的人。
- 三个方面：文化基础、自主发展、社会参与。
- 六大素养：人文底蕴、科学精神；学会学习、健康生活；责任担当、实践创新

“中国学生发展核心素养”的总体框架



十八个要点

- ① 人文积淀
- ② 人文情怀
- ③ 审美情趣
- ④ 理性思维

崇尚真知，能理解和掌握基本的科学原理和方法，尊重事实和证据，有实证意识和严谨的求知态度；逻辑清晰，能运用科学的思维方式认识事物、解决问题、指导行为等。

- ⑤ 批判质疑
- ⑥ 勇于探索
- ⑦ 乐学善学
- ⑧ 勤于反思
- ⑨ 信息意
- ⑩ 珍爱生命
- ⑪ 健全人格
- ⑫ 自我管理
- ⑬ 社会责任

十八个要点

14. 国家认同

15. 国际理解

16. 劳动意识

17. 问题解决

善于发现问题和提出问题，有解决问题的兴趣和热情，能依据特定情境和具体条件，选择制定合理的解决方案，具有在复杂环境中行动的能力等。

18. 技术运用

核心素养界定

- 核心素养是学生接受相应学段的教育过程中，逐步形成的适应个人终生发展和社会发展需要的必备品格与关键能力。

► 它是知识、技能、情感、态度、价值观等的结合体。

- ① 目标：指向培养什么样的人。
- ② 性质：指共同的、关键的、最必要的素养。
- ③ 内容：是知识、技能、态度的综合表现。
- ④ 功能：具有个人与社会价值。
- ⑤ 培养：先天遗传与后天培养形成和发展的。
- ⑥ 评价：要求定性与定量相结合。
- ⑦ 框架：兼顾个体与文化学习、社会参与、自我发展的关系。
- ⑧ 发展：具有阶段性与终生发展性。

学生核心素养框架

国外的诸多核心素养框架并不相同，有的走的是“全面路线”，几乎把学生的所有素养都包括在内；有的走的是“简约路线”，只涉及一些关键的、高层级的素养。核心素养框架的确定必须具有时代性与前瞻性。从全球范围来看，核心素养的选取都反映了社会经济与科技信息发展的最新要求，强调创新与创造力、信息素养、国际视野、沟通与交流、团队合作、社会参与及社会贡献、自我规划与管理等素养，内容虽不尽相同，但都是为了适应21世纪的挑战。

自1997年以来，国际经济合作与发展组织（OECD）、联合国教科文组织（UNESCO）、欧盟（EU）等国际组织先后开展关于核心素养的研究。受其影响，美国、英国、法国、德国、芬兰、日本、新加坡、中国台湾地区等也积极开发核心素养框架。此处主要介绍国际组织、美国（西方国家代表）、新加坡（亚洲国家代表，与我国具有同样的儒家文化背景）所开发的核心素养框架。

OECD启动了“素养的界定与遴选

1997年12月，OECD启动了“素养的界定与遴选：理论和概念基础”项目，确定了三个维度九项素养。（1）能互动地使用工具，包括三项素养：互动地使用语言、符号和文本；互动地使用知识和信息；互动地使用（新）技术。（2）能在异质群体中进行互动，包括三项素养：了解所处的外部环境，预料自己的行动后果，能在复杂的大环境中确定自己的具体行动；形成并执行个人计划或生活规划；知道自己的权利和义务，能保护及维护权利、利益，也知道自己的局限与不足。（3）能自律自主地行动，包括三项素养：与他人建立良好的关系；团队合作；管理与解决冲突。该框架对于PISA测试具有直接影响，进而对许多国家和地区开发的核心素养框架产生了重要影响。

EU及UNESCO关于核心素养的建议及提出

2006年12月，EU通过了关于核心素养的建议案，核心素养包括母语、外语、数学与科学技术素养、信息素养、学习能力、公民与社会素养、创业精神以及艺术素养共计八个领域，每个领域均由知识、技能和态度三个维度构成。这些核心素养作为统领欧盟教育和培训系统的总体目标体系，其核心理念是使全体欧盟公民具备终身学习能力，从而在全球化浪潮和知识经济的挑战中能够实现个人成功与社会经济发展的理想。

2013年2月，UNESCO发布报告《走向终身学习——每位儿童应该学什么》。该报告基于人本主义的思想提出核心素养，即从“工具性目标”（把学生培养成提高生产率的工具）转变为“人本性目标”，使人的情感、智力、身体、心理诸方面的潜能和素质都能通过学习得以发展。在基础教育阶段尤其重视身体健康、社会情绪、文化艺术、文字沟通、学习方法与认知、数字与数学、科学与技术等七个维度的核心素养。

美国的学生核心素养框架

2002年美国制订了《“21世纪素养”框架》，2007年发布了该框架的更新版本，全面、清晰地将各种素养以及它们之间的相互关系呈现出来（见下图）。

美国“21世纪素养”框架以核心学科为载体，确立了三项技能领域，每项技能领域下包含若干素养要求。（1）学习与创新技能，包括批判性思维和问题解决能力、创造性和创新能力、交流与合作能力。（2）信息、媒体与技术技能，包括信息素养、媒体素养、信息交流和科技素养。（3）生活与职业技能，包括灵活性和适应性、主动性和自我指导、社会和跨文化技能、工作效率和胜任工作的能力、领导能力和承担责任。



Figure: 美国的学生核心素养框架

新加坡的学生核心素养框架

2010年3月，新加坡教育部颁布了新加坡学生的“21世纪素养”框架（见下图）。其中，核心价值观包括尊重、负责、正直、关爱、坚毅不屈、和谐。社交与情绪管理技能包括自我意识、自我管理、社会意识、人际关系管理、负责任的决策。公民素养、全球意识和跨文化交流技能，包括活跃的社区生活、国家与文化认同、全球意识、跨文化的敏感性和意识。批判性、创新性思维，包括合理的推理与决策、反思性思维、好奇心与创造力、处理复杂性和模糊性。交流、合作和信息技能，包括开放、信息管理、负责任地使用信息、有效地交流。

学校所有学科的教学，就是为了培育这些素养，最后培养出充满自信的人、能主动学习的人、积极奉献的人、心系祖国的公民。



Figure: 新加坡的学生核心素养框架

数学核心素养界定

- 数学核心素养是具有数学基本特征的适应个人终生发展和社会发展的关键能力与思维品质。
 - ▶ 有助于学会用数学的眼光观察世界（抽象），用数学的思维分析世界（推理），用数学的语言表达世界（模型）。
 - ▶ 有助于掌握四基：基本知识、基本技能、基本思想、基本活动经验。
 - ▶ 有助于培养四能：发现问题、提出问题、分析问题、解决问题。

六个数学核心素养

① 数学抽象

- 数学抽象是指舍去事物的一切物理属性，得到数学研究对象的素养。主要包括：从数量与数量关系、图形与图形关系中抽象出数学概念及概念之间的关系，从事物的具体背景中抽象出一般规律和结构，用数学语言予以表征。
- 数学抽象是数学的基本思想，是形成理性思维的重要基础，反映了数学的本质特征，贯穿在数学产生、发展、应用的过程中。数学抽象使得数学成为高度概括、表达准确、结论一般、有序多级的系统。
- 通过高中数学课程的学习，学生能在情境中抽象出数学概念、命题、方法和体系，积累从具体到抽象的活动经验；养成在日常生活和实践中一般性思考问题的习惯，把握事物的本质，以简驭繁；运用数学抽象的思维方式思考并解决问题。

六个数学核心素养

2. 逻辑推理

- 逻辑推理是指从一些事实和命题出发，依据规则推出其他命题的素养。主要包括两类：一类是从特殊到一般的推理，推理形式主要有归纳、类比；一类是从一般到特殊的推理，推理形式主要有演绎。
- 逻辑推理是得到数学结论、构建数学体系的重要方式，是数学严谨性的基本保证，是人们在数学活动中进行交流的基本思维品质。
- 通过高中数学课程的学习，学生能提出和论证数学命题，掌握逻辑推理的基本形式；理解事物之间的关联，把握知识结构；形成重论据、有条理、合乎逻辑的思维品质和理性精神，增强交流能力。

六个数学核心素养

3. 数学建模

- 数学建模是对现实问题进行数学抽象，用数学语言表达问题、用数学知识与方法构建模型解决问题的素养。主要包括：在实际情境中从数学的视角发现问题、提出问题，分析问题、建立模型，求解结论，验证结果并改进模型，最终解决实际问题。
- 数学模型搭建了数学与外部世界的桥梁，是数学应用的重要形式。数学建模是应用数学解决实际问题的基本手段，也是推动数学发展的动力。
- 通过高中数学课程的学习，学生能有意识地用数学语言表达现实世界，感悟数学与现实之间的关联，学会用数学模型解决实际问题，积累数学实践的经验；认识数学建模在解决科学、社会、工程技术等问题中的作用；加深对数学内容的理解；学会交流与合作；提升应用能力，增强创新意识和科学精神。

六个数学核心素养

4. 直观想象

- 直观想象是指借助几何直观和空间想象感知事物的形态与变化，利用图形理解和解决数学问题的素养。主要包括：借助空间认识事物的位置关系、形态变化与运动规律；利用图形描述、分析数学问题；建立数与形的联系，构建数学问题的直观模型，探索解决问题的思路。
- 直观想象是发现和提出问题、分析和解决问题的重要手段，是探索和形成论证思路、进行数学推理、构建抽象结构的思维基础。
- 通过高中数学课程的学习，学生能发展几何直观和空间想象能力；增强运用图形和空间想象思考问题的意识，提升数形结合的能力；形成数学直觉，在具体的情境中感悟事物的本质。

六个数学核心素养

5. 数学运算

- 数学运算是指在明晰运算对象的基础上，依据运算法则解决数学问题的素养。主要包括：理解运算对象，掌握运算法则，探究运算思路，选择运算方法，设计运算程序，求得运算结果等。
- 数学运算是解决数学问题的基本手段。数学运算是一种演绎推理，是计算机解决问题的基础。
- 通过高中数学课程的学习，学生能进一步发展数学运算能力；有效借助运算方法解决实际问题；通过运算促进数学思维发展，形成程序化思考问题的品质，养成一丝不苟、严谨求实的科学精神。

六个数学核心素养

6. 数据分析

- 数据分析是指针对研究对象获取数据，运用统计方法对数据进行整理、分析和推断，形成关于研究对象知识的素养。主要包括：收集数据，整理数据，提取信息，构建模型，进行推断，获得结论。
- 数据分析是研究随机现象的重要数学技术，是大数据时代数学应用的主要方法，也是“互联网+”等领域的主要数学方法，已经深入到科学、技术、工程和现代社会生活的各个方面。
- 通过高中数学课程的学习，学生能提升获取有价值信息的意识和能力，适应数字化学习，增强基于数据表达现实问题的意识，形成通过数据认识事物的思维品质，积累依托数据探索事物本质、关联和规律的活动经验。

数学核心素养的内涵与表现

素养名称	素养内涵	具体表现
数学抽象	通过高中数学课程的学习,学生能在情境中抽象出数学概念、命题、方法和体系,积累从具体到抽象的活动经验;养成在日常生活和实践中一般性思考问题的习惯,把握事物的本质,以简驭繁;运用数学抽象的思维方式思考并解决问题。	获得数学概念和规则; 提出数学命题和模型; 形成数学方法与思想; 认识数学结构与体系。
逻辑推理	学生能提出和论证命题,掌握逻辑推理的基本形式;理解事物之间的关联,把握知识结构;形成重论据、有条理、合乎逻辑的思维品质和理性精神,增强数学交流能力。	发现问题和提出命题; 掌握推理基本形式和规则; 探索和表述论证过程; 理解命题体系; 有逻辑地表达与交流。

数学核心素养的内涵与表现

素养名称	素养内涵	具体表现
数学建模	通过高中数学课程的学习，学生能感悟数学与现实之间的关联，学会用数学模型解决实际问题，积累数学实践的经验；加深对数学内容的理解；学会交流与合作；提升应用能力，增强创新意识和科学精神；认识数学建模在解决科学、社会、工程技术等问题中的作用。	发现和提出问题； 建立和求解模型； 检验和完善模型； 分析和解决问题。
直观想象	学生能发展几何直观和空间想象能力；增强运用图形和空间想象思考问题的意识，提升数形结合的能力；在具体的情境中感悟事物的本质。	建立形与数的联系； 利用几何图形描述问题； 借助几何直观理解问题； 运用空间想象认识事物。

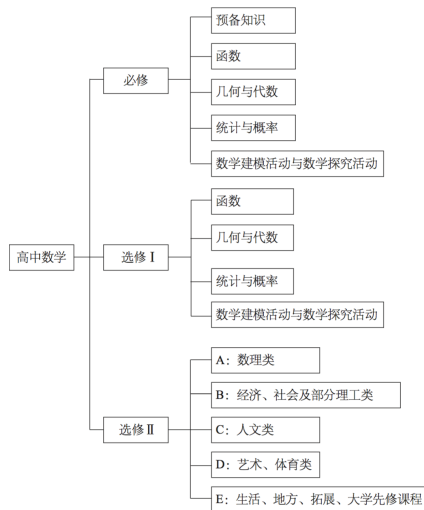
数学核心素养的内涵与表现

素养名称	素养内涵	具体表现
数学运算	学生能进一步发展数学运算能力；有效借助运算方法解决实际问题；通过运算促进数学思维发展，形成程序化思考问题的品质，养成一丝不苟、严谨求实的科学精神。	理解运算对象； 掌握运算法则； 探究运算思路； 形成程序化思维。
数据分析	学生能提升获取有价值信息的能力；增强基于数据表达现实问题的意识，形成通过数据认识事物的思维品质，积累依托数据探索事物本质、关联和规律的活动经验。	收集和整理数据； 理解和处理数据； 获得和解释结论； 概括和形成知识。

数学核心素养的三个水平

- 数学核心素养水平一基于必修课程内容，对学生数学核心素养的达成提出的要求，是日常教学与评价的依据，也是高中毕业考试命题的依据。
- 数学核心素养水平二基于必修和选修 I 的内容对数学核心素养的达成提出更高要求,是高考命题的依据。
- 数学核心素养水平三基于必修、选修 I 和选修 II 的A课程、B课程、C课程和大学先修课程的内容对数学核心素养的达成提出更高要求。其他内容，根据具体情况按照不同的课程内容对应水平一或水平二的要求。

高中数学课程的结构



数学核心素养水平的描述

数学核心素养分为三个水平，分别对应必修课程结束、选修 I 课程结束、选修课 II 程结束时，对学生数学核心素养的达成提出的要求，是学业质量标准的主要内容。每一个数学核心素养水平都通过四个方面进行描述，即：情境与问题、知识与技能、思维与表达、交流与反思。

- 情境与问题。情境包括：现实情境、数学情境、科学情境，每种情境可以分为熟悉的、关联的、综合的；问题是指情境中的问题，从学生认识的角度分为：简单的问题、较为复杂的问题、复杂的问题。这些层次都是构成核心素养水平划分的基础。
- 知识与技能主要是指能够体现相应数学核心素养的知识、技能，层次可以分为了解、理解、掌握、运用以及经历、体验、探索。
- 思维与表达、交流与反思都是数学核心素养的具体体现，是学生在具有情境的数学活动中逐渐养成、表现出来的，是对数学基本思想的感悟，是数学基本活动经验的积累。

数学核心素养水平的描述之例：数学建模

水平	数学建模
水平一	了解熟悉的数学模型的实际背景及其数学描述，了解数学模型中的参数、结论的实际含义。 知道数学建模的过程包括：提出问题、建立模型、求解模型、检验结果、完善模型。 能够在熟悉的实际情境中，模仿学过的数学建模过程解决问题。 对于学过的数学模型，能够举例说明建模的意义，体会其蕴含的数学思想； 感悟数学表达对数学建模的重要性。在交流的过程中，能够借助或引用已有数学建模的结果说明问题。
水平二	能够在熟悉的情境中，发现问题并转化为数学问题，知道数学问题的价值与作用。 能够选择合适的数学模型表达所要解决的数学问题；理解模型中参数的意义，知道如何确定参数， 建立模型，求解模型；能够根据问题的实际意义检验结果，完善模型，解决问题。 能够在关联的情境中，经历数学建模的过程，理解数学建模的意义；能够运用数学语言，表述数学建模过程中的问题以及解决问题的过程和结果，形成研究报告，展示研究成。在交流的过程中，能够用模型的思想说明问题。
水平三	能够在综合情境中，运用数学思维进行分析，发现情境中的数学关系，提出数学问题。 能够运用数学建模的一般方法和相关知识，创造性地建立数学模型，解决问题。 能够理解数学建模的意义和作用；能够运用数学语言，清晰、准确地表达数学建模的过程和结果。在交流的过程中，能够通过数学建模的结论和思想阐释科学规律和社会现象。

数学核心素养的测量与评价

① 三大能力→四基四能→六个核心素养

② 对数学核心素养的评价需要改进评价工具和评价方式

(1) 基于数学核心素养的考试命题，应注意以下几个重要环节：构建数学核心素养的评价框架。依据数学核心素养的内涵、价值和行为表现的描述，参照三个阶段的学业质量标准，构建基于数学核心素养测试的评价框架。包括三个维：

▶ 第一个维度是四个基本要素：问题与情境，知识与技能，思维与表达，反思与交流。

▶ 第二个维度是四条内容主线：函数、几何与代数、统计与概率、数学建模活动与数学探究活动。

▶ 第三个维度是三个核心素养水平。

(2) 依据评价框架，统筹考虑上述三个维度，编制基于数学核心素养的试题，每道试题都有针对性的考查重点。

(3) 对于每道试题，除了给出传统评分标准，还需要给出反映相关数学核心素养的行为指标和等级划分依据。

谢谢大家的合作！

